prof. dr. Paul-Mihai Șușoi
(COORDONATOR)
prof. Lidia Todor
prof. Nicolae Stăniloiu

ELEMENTE DE METODICĂ MATEMATICĂ PENTRU CICLUL PRIMAR

PROIECTARE ȘI EVALUARE DIDACTICĂ

Editura Paralela 45

Cuprins

CAPITOLUL I

Conceptul de număr natural. Operații aritmetice

I.1. DESPRE ADUNAREA ȘI ÎNMULȚIREA NUMERELOR CARDINALE

ADUNAREA

Fiind date mulțimile disjuncte A și B, prin definiție, card $(A \cup B)$ = card A + card B.

Proprietăți:

1. Adunarea cardinalelor este **comutativă**

$$A \cup B = B \cup A \Rightarrow \text{card } A + \text{card } B = \text{card } B + \text{card } A$$
$$(a + b = b + a)$$

2. Adunarea cardinalelor este **asociativă**

Fie A, B și C trei mulțimi disjuncte două câte două; vom avea:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \Rightarrow (A \cup B) \cup C \sim A \cup (B \cup C) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (\text{card } A + \text{card } B) + \text{card } C = \text{card } A + (\text{card } B + \text{card } C)$$

3. Cardinalul 0 (al mulțimii vide) este **element neutru**

$$A \cup \varnothing = \varnothing \cup A = A \Rightarrow A \cup \varnothing \sim \varnothing \cup A \Rightarrow 0 + \text{card } A = \text{card } A + 0$$
$$(0 + a = a + 0 = a)$$

ÎNMULȚIREA

Dacă $A \cap B = \varnothing$ (A și B disjuncte), atunci, prin definiție, card $(A \times B)$ = card $A \times$ card B.

Proprietăți:

1. Înmulțirea cardinalelor este **comutativă**

$$A \times B = B \times A \Rightarrow \text{card } A \cdot \text{card } B = \text{card } B \cdot \text{card } A$$

2. Înmulțirea cardinalelor este **asociativă**

$$(A \times B) \times C \sim A \times (B \times C) \Rightarrow (\text{card } A \cdot \text{card } B) \cdot \text{card } C = \text{card } A \cdot (\text{card } B \cdot \text{card } C)$$
$$((a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c))$$

3. Cardinalul 1 este **element neutru**

Fie $N = \{a\}$, $A \times N \sim N \times A \sim A \Rightarrow \text{card } A \cdot 1 = 1 \cdot \text{card } A = \text{card } A$

Observație: Înmulțirea oricărui cardinal cu 0 dă rezultatul 0:

$$A \times \varnothing = \varnothing \Rightarrow A \times \varnothing \sim \varnothing \Rightarrow \text{card } (A) \cdot 0 = 0$$

4. Înmulțirea cardinalelor este **distributivă față de adunare**

$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) \Rightarrow A \times (B \cup C) \sim (A \times B) \cup (A \times C) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \text{card } A \cdot (\text{card } B + \text{card } C) = \text{card } A \cdot \text{card } B + \text{card } A \cdot \text{card } C$$

CARDINAL ȘI NUMĂR NATURAL

Două teoreme importante

Numere naturale regulate

Vom spune că a, cardinalul unei mulțimi A, este finit dacă $a \neq a + 1$; dacă un cardinal nu este finit, este infinit sau transfinit.

Mulțimea simbolurilor ce reprezintă cardinalele finite se numește mulțimea numerelor naturale și o notăm cu:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}, \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\}.$$

Vom prezenta următoarele două teoreme foarte importante, care stau la baza echivalării proprietăților adunării și înmulțirii numerelor naturale cu proprietățile cardinalelor.

Teorema 1. *Dacă $a + 1 = b + 1$, atunci $a = b$.*

Demonstrație: Fie mulțimea C care are cardinalul $a + 1 = b + 1$; există mulțimile A și B care îndeplinesc condiția $C = A \cup \{\mu\} = B \cup \{\nu\}$ și construim aplicația bijectivă:

$$f : A \cup \{\mu\} \rightarrow B \cup \{\nu\}, \text{ cu } f\{\mu\} = \nu$$

Determinăm o restricție a aplicației f prin excluderea lui μ din domeniul de definiție și pe ν din codomeniu; vom obține funcția bijectivă $f: A \rightarrow B$ și dacă $A \sim B$, atunci $A = B$.

Deci $\text{card}(A \cup \{\mu\}) = a + 1 \Rightarrow \text{card } A = a \Rightarrow \text{card } A = \text{card } B \Rightarrow \text{card}(B \cup \{\nu\}) = b + 1 \Rightarrow \text{card } B = b$ q.e.d.

Teorema 2. *Dacă numărul natural a este finit, atunci și a + 1 este finit.*

Demonstrație: Presupunem că $a + 1$ nu este finit; atunci: $a + 1 = (a + 1) + 1$ și din teorema precedentă va rezulta că $a = a + 1$, adică a nu ar fi finit, ceea ce contrazice ipoteza q.e.d.

Observație: Utilizând metoda inducției matematice, se poate arăta că numerele naturale sunt regulate în raport cu adunarea (dacă $a + n = b + n$, atunci $a = b$); de asemenea, numerele mulțimii $\mathbb{N}^*$ sunt regulate față de înmulțire (dacă $a \cdot n = b \cdot n$, atunci $a = b$).

PROCESUL DE FORMARE ȘI REPREZENTARE A NUMERELOR NATURALE. ETAPE DE ÎNVĂȚARE A NUMERELOR

De la acțiunea verbală și până la formarea conceptelor de mulțime și număr, există un proces care se desfășoară în etape. Acestea sunt prezentate succint (după J. Piaget și L.S. Vîgotski):

- *etapa contactului copil-obiecte* – stârnește curiozitatea copilului, declanșată de obiecte și jucării noi, îl face să întârzie perceptiv asupra lor, să le observe;
- *etapa de explorare acțională* – descoperirea de către copil a unor diverse atribute ale clasei de obiecte și cunoașterea analitică îl îndrumă la sistematizarea calităților perceptive ale mulțimii;
- *etapa explicativă* – elevul intuiește și numește relații între obiecte, clasifică, ordonează, seriază și observă echivalențe cantitative;
- *etapa de dobândire a conceptului desemnat prin cuvânt* – prin cuvânt are loc esențializarea tuturor datelor senzoriale și a reprezentărilor și are valoare de concentrat informațional cu privire la clasa de obiecte pe care o denumește.

La însușirea noțiunii de mulțime, copilul, în primele 3 etape, își formează abilitățile de identificare, triere, sortare, clasificare, scriere, apreciere globală, abilități care conduc la fixarea conceptului matematic. Conceptul de mulțime joacă un rol unificator al noțiunilor matematice, iar numărul apare ca proprietate numerică a mulțimii.

Numărul și numerația – reprezintă abstractizări care se formează ținând cont de proprietățile spațiale ale obiectelor și de acțiunile de clasificare a acestora.

Operațiile fundamentale în formarea conceptului de număr sunt:

- clasificare: în grupe omogene și neomogene, compararea grupelor de obiecte, fixarea asemănărilor și deosebirilor;
- scriere: ordonarea după atribute distincte.

Formarea numărului pentru copil parcurge trei nivele:

- senzorial-motrice (operare cu grupe de obiecte);
- operare cu relații cantitative pe planul reprezentărilor (operare cu numere concrete);
- înțelegerea raportului cantitativ ce caracterizează mulțimea (operare cu numere naturale).

Ca însușire de grup, numărul apare într-un proces de delimitare a tuturor celorlalte însușiri ale mulțimii și ale obiectelor care o formează, căci copilul reține doar componenta numerică și generalizează însușiri numerice evidențiate verbal.

Numărul și numerația sunt efecte ale analizei și sintezei efectuate pe diferite nivele, asupra obiectelor. Atunci când elevul sesizează raportul dintre mulțime și unitate, numărul dobândește caracter sintetic și descrie o proprietate de grup care conduce la dezvoltarea capacității de sinteză.

La formarea unui număr sunt folosite atât analiza, în activitatea numărării, cât și sinteza, în caracterizarea și reprezentarea mulțimii ce cuprinde obiecte numărate.

(1) Numărul se distinge ca parte dintr-o suită ordonată de obiecte, având natura sa ordinală.

(2) Numărul se dezvoltă ca o mulțime de unități legate între ele, ca o clasă de caracteristică cardinală; în primă fază, numărul nu descrie mulțimea sintetic, ci se exprimă ca un indicator al structurii ei pe unități.

Numărul se delimitează de conținutul său și reține un caracter abstract, prin ceea ce reprezintă cuvântul care îl denumește, indiferent de natura obiectelor: mai târziu denumirile se întrepătrund între ele, obținându-se caracteristica cantitativă, sintetică a mulțimii.

Conceptul de număr se consideră format dacă apar raporturi reversibile de asociere număr-cantitate, cantitate-număr și se evidențiază sinteza șirului numeric.

După toate acestea, copilul este pregătit pentru înțelegerea unei noi noțiuni, cea de operație aritmetică.

I.2. SISTEMUL AXIOMATIC AL LUI PEANO

1. PREZENTAREA SISTEMULUI AXIOMATIC (după A.C. Albu, 1995)

În **sistemul axiomatic (semiformalizat) al lui Peano** noțiunea de „număr natural" este o noțiune primară. Cu acest sistem axiomatic, proprietățile numerelor naturale se obțin ca o teorie axiomatică semiformalizată, numită aritmetica numerelor naturale. Pentru prezentarea de mai jos, vom presupune construit un fragment din teoria mulțimilor (atât cât este necesar) și proprietățile elementare ale structurilor algebrice și de ordine.

Sistemul axiomatic al numerelor naturale pe care-l prezentăm a fost enunțat pentru prima dată de J.W.R. Dedekind în 1888, în celebra lui carte „Was sind und was sollen die Zahlen?" (dar a fost considerat, într-o primă redactare a cărții, în 1872 – 1878) și publicat apoi de G. Peano, mai întâi în 1889 și apoi în 1891 (Peano recunoaște, în lucrarea din 1891, proveniența axiomelor de la Dedekind).

În literatura matematică el este cunoscut sub numele de **sistemul axiomatic al lui Peano**, dar denumirea corectă ar fi **sistemul axiomatic Dedekind-Peano**.

Vom nota acest sistem cu $\mathcal{P}$. Iată lista sistemului $\mathcal{P}$ al lui Peano:

i) Noțiuni primare:
- constantă: „zero", notată cu 0;
- variabilă: „număr natural", notat cu simbolurile a, b, c, …, m, n, p, …; mulțimea numerelor naturale se notează cu $\mathbb{N}$.

ii) Relații primare: una singură, numită „succesor", notată cu simbolul „$'$".

Formulă corect construită: a', $\forall\, a \in \mathbb{N}$.

iii) Lista axiomelor este următoarea:

$\mathcal{P}$.1. Zero este un număr natural ($0 \in \mathbb{N}$).

$\mathcal{P}$.2. Orice număr natural are un succesor unic, care este un număr natural.

$$\forall\, a \in \mathbb{N}, \exists!\, a' \in \mathbb{N}$$

$\mathcal{P}$.3. Zero nu este succesorul niciunui număr natural.

CAPITOLUL II

Elemente de statistică matematică despre evaluarea cu calificative

II.1. A. NOȚIUNI INTRODUCTIVE

DATE STATISTICE

Activitățile din diferite domenii implică, de multe ori, să construim o colecție de date obținute prin simple măsurători și observări. Facem această realizare de colecții și studiul lor cu scopul de a obține informații necesare conducerii și organizării activităților.

Exemple: evoluția temperaturilor în ultimii treizeci de ani, a precipitațiilor în ultimii douăzeci de ani, a fenomenelor de apariție a unei epidemii într-o populație a globului, indicele de natalitate într-o anumită perioadă, fenomenul de fabricare și de apariție a rebuturilor într-o mulțime de piese executate de aceeași mașină, sexul și greutatea la nou-născuți etc.

Ramura matematicii care se ocupă cu gruparea, analiza, interpretarea datelor referitoare la un anumit fenomen, dar și de concluziile bazate pe aceste analize, care să descrie într-o anumită modalitate desfășurarea lor în viitor, o numim **Statistică matematică**.

Culegerea și înregistrarea datelor constituie domeniul **Statisticii descriptive**, iar de gruparea, analiza și interpretarea datelor se ocupă **Statistica matematică**.

Fenomenele care sunt abordate în cercetarea statistică apar, în general, ca manifestări sau evoluții ale unor caracteristici ale elementelor unei mulțimi date.

Mulțimea care formează obiectul unei analize statistice o numim **populație statistică**, iar elementele unei populații statistice se numesc **unități statistice** sau **indivizi**.

Elementele unei populații statistice le studiem în raport cu o proprietate dată numită **proprietate caracteristică**.

Analiza statistică o putem face după una sau mai multe caracteristici.

Exemple:

1) Pentru obținerea de informații asupra înălțimii elevilor care au aceeași vârstă și fac parte din aceeași școală, cel mai simplu mod este să măsurăm înălțimea elevilor unei singure clase; în acest caz:

– *populația statistică* este formată din elevii școlii care au aceeași vârstă;
– *eșantionul statistic* cuprinde elevii unei singure clase;
– *proprietatea caracteristică* este exprimată prin înălțimea elevilor.

2) Dacă avem de studiat fenomenul de apariție a rebuturilor dintr-o mulțime de 100000 de bile, ținând cont de variația diametrului între anumite valori admise, putem prezenta:

– *populația statistică* – mulțimea de 100000 de bile;
– *o unitate statistică* – o piesă (fiecare piesă poate fi considerată ca unitate statistică);
– *proprietatea caracteristică* – variația diametrului bilei între anumite valori.

Eșantionul este o submulțime a unei populații statistice pe care se cercetează o proprietate caracteristică. Numărul de elemente al unui eșantion se numește **volumul** (efectivul) **eșantionului** și îl notăm cu N.

Dacă ne referim la exemplul 2), eșantionul poate avea 1000 de piese sau 50 de piese.

Putem exemplifica nenumărate mulțimi care pot constitui obiectul unei analize statistice: distribuția pomilor dintr-o pădure după înălțimea și vârsta lor, a unui număr de copii, după culoarea ochilor, a peștilor dintr-un bazin după greutate, a nou-născuților după sex etc.

Prin exemplele date remarcăm prezența a două tipuri de caracteristici: unele pe care le putem măsura, iar pe altele nu. Vom avea:

– **caracteristici cantitative** – cele măsurabile;
– **caracteristici calitative** – nemăsurabile (culoarea părului, culoarea ochilor, profesia, starea civilă).

Analiza statistică a datelor înregistrate în ordinea apariției lor este uneori dificilă. De aceea este recomandată clasificarea pe **clase de valori**.

Exemplu: să presupunem că am măsurat înălțimea a 28 de elevi. Rezultatele obținute (înălțimea în centimetri) sunt înregistrate în primă fază în ordinea în care au apărut:

Tabelul 1

125	110	120	121	130	117	130
134	135	142	129	120	120	135
145	123	130	131	123	125	130
117	110	128	140	123	145	110

Vom face o grupare a datelor, astfel:

Tabelul 2

cm	nr. elevi	cm	nr. elevi	cm	nr. elevi
110	3	125	2	134	1
117	2	128	1	135	2
120	3	129	1	140	1
121	1	130	4	142	1
123	3	131	1	145	2

Citirea tabelului 2 o vom face mai ușor, realizând o nouă grupare a datelor:

Tabelul 3

Clase de valori	Nr. de elevi
110 – 115	3
115 – 120	2
120 – 125	7
125 – 130	4
130 – 135	6
135 – 140	2
140 – 145	4

De exemplu, pentru clasa 125 – 130 avem valorile x cu proprietatea: $125 \leq x < 130$, adică $2 + 1 + 1 = 4$.

NOTĂ: intervalul de mai sus nu este unul continuu, el cuprinde elemente discrete în cazul acestui exemplu!

FRECVENȚĂ ABSOLUTĂ

Să plecăm de la un exemplu: dacă ne interesează rezultatele obținute la un test de matematică de elevii unei clase, putem considera un eșantion de 20 elevi din acea clasă.

Aranjăm rezultatele obținute de elevi, în ordinea în care sunt ei scriși în catalog.

Tabelul 4

7	5	9	7	6	8	4	7	6	6
7	5	8	6	7	7	5	9	6	5

Mulțimea rezultatelor formează un tabel de date; înregistrăm aceste date sub altă formă, adică pe prima linie avem notele, iar pe a doua putem trece numărul elevilor care au obținut nota respectivă.

Prin **frecvența absolută** înțelegem numărul care arată câți elevi au luat la lucrarea respectivă o anumită notă.

Tabelul 5

nota	4	5	6	7	8	9
frecvența absolută	1	4	5	6	2	2

Deci **frecvența absolută** a unei valori x a caracteristicii este numărul de unități ale populației corespunzătoare acestei valori. Ea se notează cu n. Folosind tabelul de mai sus, putem concluziona nivelul la care se situează elevii.

Perechile ordonate ce apar în tabelul 5 formează o mulțime numită **serie statistică**; fiecare pereche conține ca primă componentă valorile notelor, iar a doua componentă frecvența absolută. Suma frecvențelor absolute: $1 + 4 + 5 + 6 + 2 + 2$ este egală cu volumul (efectivul) eșantionului.

Considerăm un grup de 50 de copii cărora le studiem culoarea ochilor. Tabelul este:

Tabelul 6

culoarea ochilor	**nr. de copii**
albaștri	7
căprui	20
verzi	14
negri	9

Se observă că la aceste caracteristici (cele calitative), prima valoare a unei perechi nu mai este numerică.

De asemenea, vom avea cazuri când analiza statistică a unei populații se face după două caracteristici. Pentru această situație, rezultatele se scriu într-un tabel cu dublă intrare.

Să dăm un exemplu; prezentăm mai jos repartiția a 94 de elevi, după notele de la Lb. română (R) și de la Matematică (M).

Tabelul 7

M/R	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**TOTAL**
10	2	6							
9	4	6							
8			8	12	4				
7			2						
6					16	14			
5							12		
4								8	
3									
TOTAL									

Din tabel observăm că 2 elevi au luat 10 și la Lb. Română, și la Matematică, 12 elevi au luat nota 8 la Matematică și 7 la celălalt obiect etc.

FRECVENȚĂ RELATIVĂ

Vom numi **frecvență relativă** raportul dintre frecvența absolută și volumul (efectivul) eșantionului. Notăm cu f frecvența relativă și vom avea:

$$f = \frac{n}{N},$$

unde n este frecvența absolută și N este efectivul eșantionului.

De exemplu, dacă dorim să aflăm raportul dintre numărul elevilor care au obținut nota 8 și numărul elevilor din eșantion, avem: $f = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ (datele le-am luat din tabelul 5)

Pentru a exprima frecvența relativă prin procente, putem folosi regula de trei simplă:

20 copii ………………………….. 100 procente
2 copii ………………………….. x procente

$x = \cancel{2} \cdot \frac{100}{\cancel{2}0} = 10$ (procente), deci $f = 10\%$

Dacă calculăm toate frecvențele relative pentru tabelul 5, vom avea:

$$f_1 = \frac{1}{20}, f_2 = \frac{4}{20}, f_3 = \frac{5}{20}, f_4 = \frac{6}{20}, f_5 = \frac{2}{20}, f_6 = \frac{2}{20}$$

Adunând frecvențele, obținem:

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 = \frac{1}{20} + \frac{4}{20} + \frac{5}{20} + \frac{6}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2}{20} = 1$$

Suma frecvențelor relative este 1!

REPREZENTAREA GRAFICĂ A SERIILOR STATISTICE

1) Reprezentarea grafică a seriilor cu caracteristici de ordin calitativ

Să considerăm Tabelul 6 pentru care datele consemnate pot fi reprezentate prin dreptunghiuri de baze egale și cu înălțimile proporționale cu procentele prin care vizualizăm frecvențele sau folosind sectoare de cerc cu unghiurile proporționale cu aceleași numere (vezi Figura 1).

Din Tabelul 6 vom calcula frecvențele relative, iar apoi le vom exprima în procente:

60 copii ………………………….. 100 procente
7 copii ………………………….. x procente

$x = 7 \cdot \frac{100}{60} = 11{,}7$ (procente), deci $f_1 = 11{,}7\%$

Analog, obținem: $f_2 = 40\%$, $f_3 = 33{,}3\%$, $f_4 = 15\%$

Reprezentarea prin sectoare de cerc presupune următorul calcul:
360^o ………………………….. 60
x ………………………….. 20

$x = 20 \cdot \frac{360}{60} = 120^o$ (corespunzător lui f_3)

Analog și pentru celelalte.

CAPITOLUL III

Considerații privind elaborarea itemilor de evaluare
(clasificare, caracteristici, cerințe)

III.1. TIPOLOGIA ITEMILOR DE EVALUARE

Itemul „reprezintă, în sens restrâns, întrebarea, problema sau sarcina de efectuat și, în sens larg, răspunsul așteptat din partea elevilor” (Stoica, 2003, pag. 50) sau itemul de evaluare reprezintă cea mai mică componentă identificabilă a unui test sau a unei probe de evaluare care vizează evaluarea elevului în condiții de maximă rigurozitate.

Taxonomia itemilor este concepută în funcție de caracteristicile răspunsului așteptat. Ea cuprinde:

- **itemi obiectivi** (de tip alegere duală, de tip pereche, cu alegere multiplă);
- **itemi semiobiectivi** (cu răspuns scurt, de completare, întrebări structurate, eseu structurat);
- **itemi subiectivi** (rezolvare de probleme, eseu).

Să ne referim la fiecare tip de item în parte:

III.2. TESTAREA PRIN ITEMI OBIECTIVI – descriere (după I. Neacșu, A. Stoica, 1996)

- Itemii obiectivi realizează o structurare a sarcinilor propuse elevilor în concordanță cu competențele specifice și obiectivele operaționale pe care testele de progres școlar, în special cele standardizate, și le asumă.
- Construirea unor itemi de o calitate superioară, corect formulați și adecvați competențelor propuse este o adevărată artă. Elementele specifice acestui proces creativ au un fundament teoretic ce se bazează, în primul rând, pe cunoașterea și stăpânirea principiilor și tehnicilor de proiectare a acestor itemi, precum și pe valorificarea și potențarea avantajelor pe care le oferă învățătorului.
- Trăsătura caracteristică a itemilor obiectivi o constituie, așa cum sugerează și denumirea lor, **obiectivitatea** ridicată în evaluarea rezultatelor învățării, chiar dacă acestea se situează de obicei în zona inferioară a domeniului cognitiv.
- Calificativul/punctajul corespunzător se acordă sau nu se acordă în funcție de marcarea răspunsului corect la item; acest tip de item poate fi folosit pentru orice disciplină, cu grad de utilitate diferit, în funcție de scopul testului din care face parte, competențele specifice, obiectivele operaționale și conținuturile evaluate, ceea ce îi oferă un avantaj deosebit asupra celorlalți itemi.

a) Itemi cu alegere duală

Procedura se caracterizează prin solicitarea elevilor de a asocia unul sau mai multe enunțuri cu una din componentele unor cupluri de alternative duale cum ar fi: adevărat/fals, corect/greșit, da/nu, acord/ dezacord, enunț factual/enunț de opinie.

Avantaje și limite ale utilizării itemilor cu alegere duală

Principalul avantaj este acela al abordării, într-un interval de timp redus, a unui volum mare de finalități ale învățării; de obicei, complexitatea acestor itemi este medie sau redusă.

Unul dintre cele mai întemeiate dezavantaje ale acestei tehnici este acela că identificarea unui enunț ca fiind incorect/neadevărat nu implică în mod necesar cunoașterea de către elev a alternativelor adevărate.

Recomandări pentru construirea itemilor cu alegere duală

1. Vor fi evitate enunțurile cu caracter general, atunci când se solicită aprecierea lor drept adevărate sau false.
2. Vor fi evitate enunțurile nerelevante din punct de vedere matematic.

3. Vor fi evitate enunțurile a căror structură poate genera ambiguități sau dificultăți de înțelegere.
4. Vor fi evitate enunțurile lungi, complexe, cu amănunte/date inutile.
5. Va fi evitată introducerea a două sau mai multe idei într-un enunț (cu excepția situațiilor în care se urmărește cunoașterea sau înțelegerea unor relații de tip cauză-efect).

Exemple de itemi

- *„Adevărat sau fals...?”*

Competență specifică: 2.3. Ordonarea numerelor naturale în concentrul 0-10000, respectiv a fracțiilor subunitare sau echiunitare care au același numitor, mai mic sau egal cu 10.

Clasa a III-a

Enunț: Citește următoarele enunțuri și încercuiește litera **A**, dacă le consideri adevărate. Dacă le consideri false, încercuiește litera **F**.

1. Predecesorul numărului 9990 este 9989. **A** **F**
2. Succesorul sumei numerelor impare de la 1 la 10 este 25. **A** **F**
3. Rotunjirea la sute a numărului 3466 este 3600. **A** **F**
4. Fracțiile $1/4$ și $3/4$ sunt egale. **A** **F**

Rezolvare și răspunsuri: **1.** A. **2.** F. **3.** F. **4.** F.

Descriptori de performanță:

FOARTE BINE	BINE	SUFICIENT
Stabilește rapid și fără erori: – predecesorul/succesorul/ rotunjirea oricărui număr natural în concentrul 0-10000; – relația dintre două fracții.	Stabilește cu erori sporadice autocorectate: – predecesorul/succesorul/ rotunjirea unui număr natural în concentrul 0-10000; – relația dintre două fracții.	Stabilește cu greșeli corectate la cerere: – predecesorul/succesorul/ rotunjirea oricărui număr natural în concentrul 0-10000; – relația dintre două fracții.

* * * * *

- *„Corect sau greșit...?”*

Competență specifică: 2.5. Efectuarea de înmulțiri de numere în concentrul 0-10000 și de împărțiri, folosind tabla înmulțirii, respectiv tabla împărțirii

Clasa a III-a

Enunț: Citește modul în care s-au verificat calculele de mai jos cu ajutorul probei prin operația inversă, apoi colorează cu gri cuvintele „corect” sau „greșit”, după caz.

a) $6 \cdot 7 = 42$	proba $\rightarrow 7 \cdot 6 = 42$	CORECT	GREȘIT
b) $45 : 9 = 5$	proba $\rightarrow 9 \cdot 5 = 45$	CORECT	GREȘIT
c) $2 \cdot 1 = 2$	proba $\rightarrow 2 : 2 = 1$	CORECT	GREȘIT
d) $10 \cdot 3 = 30$	proba $\rightarrow 3 \cdot 10 = 30$	CORECT	GREȘIT

Rezolvare și răspunsuri:

a) $6 \cdot 7 = 42$	proba $\rightarrow 42 : 7 = 6$	CORECT	GREȘIT
b) $45 : 9 = 5$	proba $\rightarrow 9 \cdot 5 = 45$	CORECT	GREȘIT
c) $2 \cdot 1 = 2$	proba $\rightarrow 2 : 2 = 1$	CORECT	GREȘIT
d) $10 \cdot 3 = 30$	proba $\rightarrow 30 : 10 = 3$	CORECT	GREȘIT

Descriptori de performanță:

FOARTE BINE	BINE	SUFICIENT
Calculează, rapid și corect, produsul/câtul numerelor naturale în concentrul 0-100, verificând corectitudinea calculelor prin operație inversă.	Calculează produsul/câtul numerelor naturale în concentrul 0-100, folosindu-se de tabla înmulțirii, verificând apoi corectitudinea calculelor prin operație inversă.	Calculează produsul/câtul numerelor naturale în concentrul 0-100, verificând apoi corectitudinea calculelor prin probă, cu erori corectate la cererea învățătorului.

*****

- „*Notează DA sau NU în dreptul propozițiilor…*”

Competență specifică: 2.4. Efectuarea de adunări și scăderi de numere naturale în concentrul 0-1000000 sau cu numere fracționare

Clasa a IV-a

Enunț: Calculează, apoi notează lângă fiecare operație **DA**, dacă rezultatul este corect și **NU**, dacă rezultatul este eronat.

a) $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}=\frac{6}{4}$ ....

b) $\frac{2}{2}+\frac{3}{3}=2$ ....

c) $\frac{11}{8}-\frac{2}{8}=\frac{13}{8}$ ....

d) $\frac{1}{3}+\frac{2}{6}+\frac{4}{3}=2$ ....

Rezolvare și răspunsuri:

a) $\frac{1}{4}+\frac{5}{4}=\frac{6}{4}$ $\boxed{\text{da}}$

b) $\frac{2}{2}+\frac{3}{3}=2$ $\boxed{\text{da}}$

c) $\frac{11}{8}-\frac{2}{8}=\frac{13}{8}$ $\boxed{\text{nu}}$

d) $\frac{1}{3}+\frac{2}{6}+\frac{4}{3}=2$ $\boxed{\text{da}}$

Descriptori de performanță:

FOARTE BINE	BINE	SUFICIENT
Efectuează, rapid și corect, adunări și scăderi cu fracții, cu același numitor.	Efectuează, cu sprijin în reprezentare grafică, adunări și scăderi cu fracții, cu același numitor.	Efectuează, cu sprijin în reprezentare grafică, adunări și scăderi cu fracții, cu același numitor, având erori autocorectate.

*****

- „*Varianta 1/varianta2…*”/„*Mai mare/mai mic…*”

Competență specifică: 1.2. Compararea numerelor în concentrul 0-31

CAPITOLUL IV

Despre strategie didactică și proiectare didactică

Strategia didactică reprezintă o modalitate prin care învățătorul alege, combină și organizează ansamblul de metode pedagogice, materiale și mijloace didactice într-o succesiune care asigură atingerea unor obiective. Ea este percepută ca o modalitate de abordare și rezolvare a unei activități de învățare asociate unei competențe specifice prin intermediul realizării unor obiective operaționale.

La alegerea unei anumite strategii didactice vom ține cont de:
- **concepția didactică** – alegerea metodelor active, specifice învățării prin acțiune și descoperire, care răspund nevoilor metodice de proiectare și realizare a unității de învățare;
- **obiectivele specifice unei activități de învățare** – pentru tipurile de obiective și activități de învățare diferite se pot adopta strategii diferite;
- **natura conținutului** – unul și același conținut poate fi predat în diferite moduri pentru colective diferite de elevi, de vârste diferite;
- **capacitatea (experiența) de învățare a elevilor** – vârsta copiilor și nivelul de instruire la matematică influențează alegerea modului de dirijare a învățării.

La nivel **proiectiv**, alegerea unei strategii didactice implică:
- fixarea unui anumit mod de abordare a învățării (de exemplu, problematizarea, conversația euristică, algoritmizarea etc.);
- optarea pentru un anumit mod de combinare a metodelor, procedeelor, mijloacelor de învățământ și formelor de organizare și evaluare;
- ordonarea și ierarhizarea, într-o succesiune optimă pentru fiecare dintre etapele demersului didactic, cu respectarea unor reguli didactice specifice.

Între situația de învățare și sarcina de învățare există o intercondiționare reciprocă: sarcina de învățare arată ce reține elevul, iar situația de învățare implică condițiile în care se realizează dobândirea cunoștințelor (achiziția).

DESPRE STRATEGIILE DIDACTICE CENTRATE PE ELEV

După modul de grupare a elevilor, avem următoarele categorii de strategii:
- de lucru în perechi (duale);
- individuale;
- de microgrup (echipă);
- frontale;
- mixte.

Există dificultăți, uneori, din punct de vedere organizatoric (de ordin spațial, temporal, relațional, curricular, managerial etc.).

Punctăm câteva cerințe privind activitatea centrată pe elev:
- ❖ respectă trăsăturile și caracteristicile elevilor;
- ❖ scoaterea în evidență, prin conținutul constituit, a capacităților elevilor prin valorificarea lor la nivel individual;
- ❖ se oferă posibilitatea ca toți elevii să învețe în ritmuri diferite, în stilul lor personal;
- ❖ autoevaluarea corectă a elevilor și creșterea continuă a performanțelor acestora;

- ❖ se reflectă demersul didactic direcționat pe strategii de tip euristic, centrat pe metoda problematizării, a experienței de explorare și cercetare, a studiul de caz etc.
- ❖ elaborează evaluarea prin criterii ce scot în evidență cu preponderență progresul elevului și nu plasarea acestuia într-o ierarhie, urmărindu-se mai mult procesul cognitiv și cel de dezvoltare aptitudinală decât rezultatele obținute într-un interval de timp.

În activitatea de la clasă, este posibil să nu fie îndeplinite unele competențe specifice (ca termeni ce vizează obiectivele operaționale) de către toți elevii. În această situație, învățătorul trebuie să propună activități de sprijin și recuperare.

Situația de învățare

Situația de învățare este componenta de conținut care cuprinde: obiectivele operaționale, conținuturile, sarcina de învățare, resursele materiale, resursa de timp, metode de evaluare.

Sarcina de învățare

Sarcina de învățare este un ansamblu structurat de stimuli pe care elevul îl deține, ținând cont de obiectivele operaționale date. Organizarea sarcinii de învățare poate fi făcută: nediferențiat sau diferențiat, cu perechi, pe grupe eterogene sau omogene, dar și individual.

- ❖ strategii mixte.

Observație: Strategia euristică este una dintre cele mai utilizate în demersul didactic. Ea are un puternic caracter formativ și informativ, nu are un format constant, implicând un rol minim din partea învățătorului sau a profesorului. Accentul este pus pe activitatea independentă a elevilor.

Exersarea direcționată

Demersul didactic se poate realiza prin organizarea de activități de recuperare și dezvoltare (cea mai des întâlnită este activitatea individuală diferențiată).

Formularea activităților de învățare trebuie făcută utilizând comportamentele asociate competențelor specifice ce apar în cadrul unității de învățare și nu în conținuturi. Astfel, încă din faza de proiectare, are loc centrarea învățării pe ceea ce face elevul.

Structura unei **strategii inductive** este:

- – familiarizarea (formarea de atitudini activ-reflexive și pragmatice);
- – structurarea noțională (care se referă la sistematizarea progresivă a cunoștințelor și consolidarea competențelor operatorii);
- – exersarea și aplicarea direcționată (dezvoltarea și consolidarea capacității de rezolvare de probleme);
- – evaluarea formativă (judecăți ce privesc nivelul achizițiilor elevului, la nivel cognitiv).

Taxonomia în funcție de gradul de dirijare a învățării

- strategii algoritmice, prescriptive, directive;
- strategii euristice prin intermediul:
  - – învățării prin descoperire;
  - – învățării prin observarea cercetării;
  - – învățării prin rezolvarea de situații problemă;
  - – învățării inductiv-experimentală;
  - – învățării prin conversație euristică;
  - – învățării prin proiecte;
  - – învățării prin cooperare și sprijin.

Azi, când vorbim despre **strategia didactică**, putem să prezentăm succint **taxonomiile strategiilor didactice**, ținând cont de funcțiile de clasificare.